

11 Spezielle Testprobleme

zugehörige Seiten in Fahrmeir et al. (2007): Kap. 11.1 - 11.3

Aufgabe 74

Die Stadt München möchte überprüfen, ob sich die mittlere Quadratmetermiete für Wohnungen unter $50m^2$ von dem aus einer anderen Stadt bekannten Mittelwert von 15 Euro pro m^2 unterscheidet. Eine Teilstichprobe von $n = 11$ ergab:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}
26.43	13.92	19.84	28.07	16.07	20.33	23.86	26.15	27.27	10.10	23.26

Für alle folgenden Fragestellungen wird ein Signifikanzniveau von $\alpha = 0.1$ vorgegeben.

- (a) Lösen Sie das obige Testproblem unter der Annahme der Normalverteilung des Merkmals „Nettomiete/ m^2 “ mit einer geeigneten Teststatistik.
- (b) Die Datenmitte werde nun durch den Median beschrieben. Lösen Sie das obige Testproblem mit Hilfe des Vorzeichen-Tests und des Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Tests.
- (c) Berechnen Sie für den Test aus (a) und den Vorzeichen-Test den jeweiligen p -Wert.
- (d) Führen Sie den Test von Aufgabe (a) und den Vorzeichen-Test zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ durch.

Aufgabe 75

Mendel erhielt bei einem seiner Kreuzungsversuche an Erbsenpflanzen folgende Werte: 315 runde gelbe Erbsen, 108 runde grüne Erbsen, 101 kantige gelbe Erbsen, 32 kantige grüne Erbsen.

Spricht dies für oder gegen die Theorie, dass das Verhältnis der vier Zahlen 9:3:3:1 sein müsste? Formulieren Sie diese Fragestellung als statistisches Testproblem und führen Sie den zugehörigen Test mit einer geeigneten Prüfgröße zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ durch.

Aufgabe 76

Für den Tagesabsatz an Normalbenzin einer Selbstbedienungstankstelle an 240 Werktagen ergab sich folgende Tabelle:

Tagesabsatz (in 1000 Litern)	Anzahl der Werktage
bis 7	32
bis 8	120
bis 9	211
bis 10	240

Testen Sie die Hypothese, dass der Tagesabsatz an Normalbenzin die Dichtefunktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x - \frac{3}{2}, & \text{für } 6 \leq x \leq 8, \\ -\frac{1}{4}x + \frac{5}{2}, & \text{für } 8 \leq x \leq 10, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

besitze zum Niveau $\alpha = 0.05$.

Aufgabe 77

Im Rahmen einer größeren Untersuchung an einem Institut für Völkerkunde soll die Körpergröße von Europäern (E) und Asiaten (A) untersucht werden. Es wird vermutet, dass die Europäer durchschnittlich um mehr als 3 cm größer sind als die Asiaten. Zur Klärung wurde in Europa bei zufällig ausgewählten 200 Personen (100 Männern (M) und 100 Frauen (F)), in Asien bei zufällig ausgewählten 250 Personen (150 Männern und 100 Frauen) die Körpergröße gemessen. Die Körpergröße kann als approximativ normalverteilt angesehen werden. Als Schätzwerte (in cm) erhielt man

$$\bar{x}_{EM} = 178 \quad \bar{x}_{EF} = 172 \quad \bar{x}_{AM} = 172 \quad \bar{x}_{AF} = 163$$

- (a) Kann die Vermutung der Wissenschaftler aufrecht erhalten werden, falls aus vorherigen Untersuchungen $\sigma_E^2 = 600$ und $\sigma_A^2 = 250$ bekannt ist ($\alpha = 0.05$)?
- (b) Was ändert sich im Vergleich zu (a), wenn σ_E^2 und σ_A^2 unbekannt aber gleich angenommen werden, wobei man aus der Stichprobe $s_E^2 = 665$ und $s_A^2 = 288$ ermittelt hat?
- (c) Was ändert sich im Vergleich zu (b), wenn σ_E^2 und σ_A^2 unbekannt und nicht gleich sind?
- (d) Berechnen Sie ein 95%-Konfidenzintervall für den durchschnittlichen Unterschied der Körpergröße zwischen Europäern und Asiaten entsprechend der Annahmen aus Teilaufgabe (a).

Aufgabe 78

Der Kinderschutzbund führt eine Untersuchung zur Situation von Pflegekindern durch. Dabei interessiert vor allem, ob das Pflegekind in einer Familie mit weiteren Kindern im Mittel besser integriert wird als bei kinderlosen Pflegeeltern. An der Studie nehmen acht Elternpaare teil, die auch eigene Kinder haben, und sechs Elternpaare ohne eigene Kinder. Mit Hilfe eines Fragebogens wird ein Integrationscore ermittelt, der umso höhere Werte annimmt, je besser das Pflegekind in die Familie integriert ist. Folgende Werte wurden ermittelt:

Pflegeeltern	Scores							
mit eigenen Kindern	8	13	16	20	21	17	18	25
ohne eigene Kinder	12	9	13	11	19	15		

Sie möchten die obige Fragestellung mit einem statistischen Test überprüfen

- (a) Welcher Test ist dazu geeignet? Begründen Sie Ihre Wahl.
- (b) Überprüfen Sie die obige Fragestellung mit dem von Ihnen unter a) genannten Test zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.1$. Interpretieren Sie Ihr Ergebnis.

Aufgabe 79

Auf einer landwirtschaftlichen Versuchsanlage werden zufällig 10 Felder ausgewählt, um ein neues Düngemittel für den Kartoffelanbau zu testen. Nachdem jedes der Felder halbiert wurde, wird in der ersten Hälfte das herkömmliche Düngemittel und in der zweiten Hälfte das neue Mittel eingesetzt. Die jeweiligen Erträge in kg/m^2 , die in folgender Tabelle zusammengefasst sind, sollen als Realisationen normalverteilter Zufallsvariablen X : „herkömmliches Düngemittel“ und Y : „neues Düngemittel“ angesehen werden.

Feld i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	7.1	6.4	6.8	8.8	7.2	9.1	7.4	5.2	5.1	5.9
y_i	7.3	5.1	8.6	9.8	7.9	8.0	9.2	8.5	6.4	7.2

Wurden die durchschnittlichen Ernteerträge bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 0.05 durch das zweite, neue Düngemittel signifikant gegenüber dem herkömmlichen gesteigert?