zugehörige Seiten in Fahrmeir et al. (2007): Kap. 11.2 - 11.3

Aufgabe 80

Bei $n = 10$ Probanden wurden Intelligenz (Variable X) und Gedächtnisleistung (Variable Y) ermittelt. Man erhielt die Wertepaare:

X	124	79	118	102	86	89	109	128	114	95
Y	100	94	101	112	76	98	91	73	90	84

Man teste die Hypothese der Unabhängigkeit von X und Y unter Verwendung des Bravais-Pearsonschen Korrelationskoeffizienten ($\alpha = 0.05$).
Hinweise: $\sum x_i^2 = 111\,548, \sum y_i^2 = 85\,727, \sum x_i y_i = 95\,929$.

Aufgabe 81

Bei einer Erhebung hinsichtlich der Parteipräferenz bei Männern und Frauen ergaben sich die folgenden Ergebnisse:

	CDU/CSU	SPD	FDP	Grüne	Rest	Gesamt
Männer	144	153	17	26	95	435
Frauen	200	145	30	50	71	496
Gesamt	344	298	47	76	166	931

Untersuchen Sie zum Niveau $\alpha = 0.05$, ob die voneinander abweichenden Häufigkeiten für Männer und Frauen rein zufällige Schwankungen darstellen, oder ob zwischen Geschlecht und Parteipräferenz ein Zusammenhang besteht.

Aufgabe 82

Um zu überprüfen, ob ein Arzneimittel gegen Grippe wirkt, wurden von 326 Kranken 163 mit dem Arzneimittel behandelt (Gruppe A), die andere Hälfte (Gruppe B) erhielt Tabletten ohne Wirkstoffe. Bei Gruppe A zeigte sich bei 105 Patienten eine baldige Besserung, bei Gruppe B bei 88 Patienten. Man prüfe die Hypothese, dass Tabletten mit und ohne Wirkstoffe zu gleichen Resultaten führen ($\alpha = 0.05$).

12 Regression

zugehörige Seiten in Fahrmeir et al. (2007): Kap. 12.1

Aufgabe 83

Leiten Sie für das einfache Regressionsmodell

$$y_i = \beta_0 + x_{i1}\beta_1 + \epsilon_i, \quad i = 1, \ldots, n$$

die Normalgleichungen und KQ-Schätzformeln in Summen- und Matrixschreibweise her.

Aufgabe 84

Zwischen der Wachstumsrate der Bruttonominallöhne y_i (in %) und der Wachstumsrate der durchschnittlichen nominalen Arbeitsproduktivität x_{i1} (in %) wird ein linearer Zusammenhang vermutet. Um diesen Zusammenhang zu schätzen, wird das folgende lineare Regressionsmodell aufgestellt:

$$y_i = \beta_0 + x_{i1}\beta_1 + \epsilon_i, \quad i = 1, \ldots, n. \tag{1}$$

In fünf aufeinanderfolgenden Jahren wurden die folgenden Wachstumsraten beobachtet:

i	1	2	3	4	5
y_i	2.5	3.0	2.0	2.5	3.0
x_{i1}	2.0	2.0	1.5	2.5	3.0

(a) Welche Annahmen treffen Sie über Erwartungswert, Varianz und Kovarianz des Störterms ϵ_i in Gleichung (1)? Was müssen Sie für den Regressor x_{i1} annehmen?

(b) Stellen Sie das Modell (1) für die verfügbare Stichprobe in Matrixschreibweise $y = X\beta + \epsilon$ dar!

(c) Berechnen Sie $(X'X)^{-1}$, $X'y$, $\hat{\beta}$, $\hat{\epsilon}$, $\hat{\epsilon}'\hat{\epsilon}$ und $\hat{\sigma}^2$!