Tschebyschow-Ungleichung

Sei X eine Zufallsvariable mit $E(X) = \mu$.

Dann gilt für alle $c \in (0, +\infty)$:

$$P\left(|X - \mu| \geq c\right) \leq \frac{Var(X)}{c^2}$$

Schwaches Gesetz der großen Zahlen

Seien $X_1, X_2, \ldots$ u.i.v. Zufallsvariable mit $E(X_1) = \mu$.

Dann gilt für alle $c \in (0, +\infty)$:

$$\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i \;\Rightarrow\; \lim_{n \to \infty} P\left(|\bar{X}_n - \mu| \geq c\right) = 0$$

(d.h. $\bar{X}_n$ konvergiert *in Wahrscheinlichkeit* gegen μ, kurz: $\bar{X}_n \xrightarrow{p} \mu$).

Gliwenko-Cantelli-Satz

Seien $X_1, X_2, \ldots$ u.i.v. Zufallsvariable mit Verteilungsfunktion F.

Dann gilt für alle $c \in (0, +\infty)$:

$$F_n(x) = \frac{|\{i \in \{1, 2, \ldots, n\} : X_i \leq x\}|}{n} \;\Rightarrow\; \lim_{n \to \infty} P\left(\sup_{x \in \mathbb{R}} |F_n(x) - F(x)| \geq c\right) = 0$$

($F_n : \mathbb{R} \to [0, 1]$ heißt *empirische Verteilungsfunktion* von $X_1, X_2, \ldots, X_n$).

Zentraler Grenzwertsatz

Seien $X_1, X_2, \ldots$ u.i.v. Zufallsvariable mit $E(X_1) = \mu$ und $Var(X_1) = \sigma^2$.

Dann gilt für alle $x \in \mathbb{R}$:

$$Z_n = \frac{\sqrt{n}\,(\bar{X}_n - \mu)}{\sigma} \;\Rightarrow\; \lim_{n\to\infty} P(Z_n \leq x) = \Phi(x)$$

(d.h. die zu $\bar{X}_n$ gehörige standardisierte Zufallsvariable Z_n konvergiert in Verteilung gegen die Standardnormalverteilung $N(0,1)$, kurz: $Z_n \xrightarrow{d} N(0,1)$).