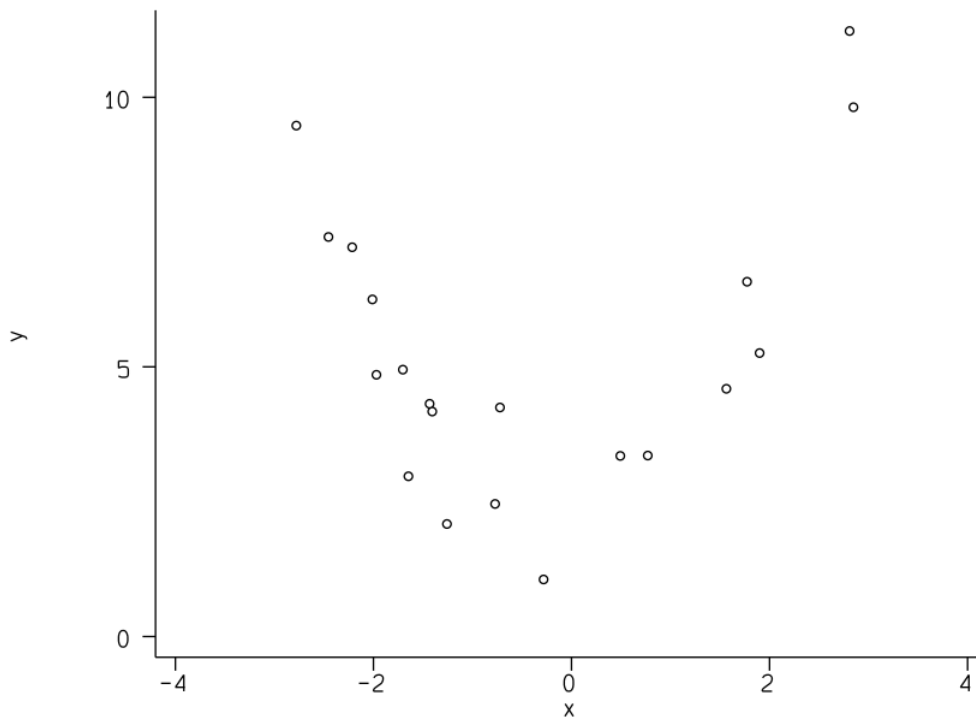


Aufgabe 31

Folgende Streudiagramm veranschaulicht für $n = 20$ Beobachtungen den Zusammenhang zweier Variablen Y und X:



- (a) Welches der folgenden beiden Regressionsmodellle wird den im Streudiagramm dargestellten Daten am besten gerecht?

$$\text{Modell 1: } y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$$

$$\text{Modell 2: } y_i = \alpha + \beta x_i^2 + \epsilon_i$$

- (b) Bestimmen Sie die KQ-Schätzer $\hat{\alpha}$ und $\hat{\beta}$ für das in (a) ausgewählte Modell. Verwenden Sie dabei einige der folgenden Größen:

$$\sum x_i = -8,5 \quad \sum x_i^2 = 65 \quad \sum x_i^4 = 335,44 \quad \sum y_i = 105,65 \quad \sum y_i x_i = -23,33 \quad \sum y_i x_i^2 = 465,63.$$

- (c) Das Bestimmtheitsmaß ist $R^2 = 0,87$. Wie lautet der Korrelationskoeffizient nach Bravais-Pearson?

- (d) Das 95%-Konfidenzintervall für β lautet $[0,80, 1,17]$. Testen Sie zum Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$

$$H_0 : \beta = 0 \text{ gegen } H_1 : \beta \neq 0$$

- (e) Welchen Wert y_0 prognostizieren Sie für einen neuen Wert $x_0 = 1,5$? Geben Sie auch ein 95%-Prognoseintervall an ($\hat{\sigma} = 0,97$).

Aufgabe 32

An einer Meßstation in München wurden an 14 Tagen neben anderen Luftschadstoffen auch die Schwefeldioxidkonzentrationen gemessen und Tagsmittelwerte gebildet. Untersuchen Sie den Einfluß der Tagsdurchschnittstemperatur in Grad Celsius (X_1) auf die aus Symmetriegründen logarithmierten SO_2 -Konzentrationen (Y). Liegt ein Wochenendeffekt vor? Die Variable X_2 gibt an, ob an einem Samstag oder Sonntag gemessen wurde ($X_2 = 1$) oder nicht ($X_2 = 0$).

Es gilt:

y	-3,15	-2,83	-3,02	-3,08	-3,54	-2,98	-2,78	-3,35	-2,76	-1,90	-2,12	-2,45	-1,97	-2,23
x_1	16,47	16,02	16,81	22,87	21,68	21,23	20,55	18,32	15,96	15,36	12,47	12,46	11,77	11,72
x_2	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 1,5488742 & -0,0882330 & -0,0162669 \\ -0,0882330 & 0,0053732 & -0,0050992 \\ -0,0162669 & -0,0050992 & 0,3548391 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad X'y = \begin{pmatrix} -38,16486 \\ -656,46618 \\ -11,19324 \end{pmatrix}$$

- Schätzen Sie die Regressionskoeffizienten im zugehörigen multiplen linearen Modell, und kommentieren Sie Ihr Ergebnis.
- Als Bestimmtheitsmaß erhält man $R^2 = 0,5781$. Tragen die Regressoren überhaupt zur Erklärung der SO_2 -Konzentration bei? Führen Sie einen Overall-F-Test zum Niveau $\alpha = 0,01$ durch.
- Die geschätzten Standardabweichungen betragen $\hat{\sigma}_1 = 0,0267$ und $\hat{\sigma}_2 = 0,2169$. Testen Sie die Hypothesen $\beta_i = 0$ für $i = 1, 2$ zum Niveau $\alpha = 0,05$. Entfernen Sie die Kovariable aus dem Modell, die offenbar keinen Einfluß hat, und führen Sie eine einfache lineare Regression durch.



Das wars! Schöne Ferien und viel Erfolg bei der Klausur!