

Aufgabe 14

In Aufgabe 24 (Übungsblatt 4) wurde die Zufallsvariable X betrachtet, welche die Anzahl der Fehler, die während 12 Stunden an einem Digitalcomputer auftreten, beschreibt.

- (a) Welche Verteilung hat unter den gleichen Voraussetzungen die Zufallsvariable Y =Wartezeit auf den nächsten Fehler?
- (b) Wie lange wird man im Mittel auf den nächsten Fehler warten?
- (c) Während 12 Stunden ist kein Fehler aufgetreten. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich in den nächsten 12 Stunden ebenfalls kein Fehler ereignet?

Aufgabe 15

Die Erlang- n -Verteilung wird häufig zur Modellierung von Einkommensverteilungen verwendet. Sie ergibt sich als Summe von n unabhängigen mit Parameter λ exponentialverteilten Zufallsgrößen. Beispielsweise hat für $n = 2$ die Dichte die Form

$$f(x) = \begin{cases} \lambda^2 x e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

- (a) Zeigen Sie, dass $f(x)$ tatsächlich eine Dichtefunktion ist.
- (b) Zeigen Sie, dass

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x}(1 + \lambda x), & x \geq 0 \end{cases}$$

die zugehörige Verteilungsfunktion ist.

- (c) Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz dieser Verteilung für beliebige $n \in \mathbb{N}$ und $\lambda \in \mathbb{R}^+$

Aufgabe 16

Die täglichen Veränderungen des Kurses der GNB seien normalverteilt mit $\mu = 0$ und Varianz 3.

- (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Kurs an einem Tag um mindestens 2\$ steigt?
- (b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit beträgt die absolute tägliche Veränderung des Kurses höchstens 1\$?
- (c) Gehen Sie davon aus, dass das Wertpapier mit einem Kurs von 2\$ gestartet ist und dass die täglichen Veränderungen unabhängige Zufallsvariablen X_1, X_2, \dots mit der gleichen Verteilung $N(0,3)$ sind.
 - (i) Welche Verteilung hat die Zufallsvariable Y ="Kurs des Wertpapiers nach 10 Tagen"?
 - (ii) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Kurs an vier aufeinanderfolgenden Tagen um jeweils mindestens 1\$ fällt.
- (d) Es sei Z die Anzahl der Werkzeuge einer Woche, an denen der Kurs des Wertpapiers fällt.
 - (i) Welche Verteilung hat Z ?
 - (ii) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass innerhalb einer Woche der Kurs häufiger steigt als fällt?