

Aufgabe 22

Eine Grundgesamtheit besitze den Mittelwert μ und die Varianz σ^2 . Die Stichprobenvariablen X_1, \dots, X_5 seien unabhängige Ziehungen aus dieser Grundgesamtheit. Man betrachte als Schätzfunktionen für μ die Stichprobenfunktionen:

$$T_1 = \bar{X} = \frac{1}{5}(X_1 + \dots + X_5)$$

$$T_2 = \frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3)$$

$$T_3 = \frac{1}{8}(X_1 + \dots + X_4) + \frac{1}{2}X_5$$

$$T_4 = X_1 + X_2$$

$$T_5 = X_1$$

- Welche Schätzfunktionen sind erwartungstreu für μ ? Geben Sie gegebenenfalls die Verzerrung an.
- Welche Schätzfunktion ist die wirksamste, wenn alle Verteilungen mit existierender Varianz zur Konkurrenz zugelassen werden?

Aufgabe 23

In einer Urne liegen s schwarze und $N - s$ rote Kugeln. Die Gesamtzahl N aller Kugeln sei bekannt. Wir möchten die unbekannte Anzahl $\vartheta = s$ der schwarzen Kugeln schätzen und ziehen dazu ohne Zurücklegen n Kugeln.

Bestimmen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzer für ϑ .

Aufgabe 24

Die durch die SCDP-Werbungen erzielten täglichen Werbeeinnahmen eines Fernsehsenders können als unabhängige und normalverteilte Zufallsvariablen angesehen werden, deren Erwartungswert davon abhängt, ob ein Werktag vorliegt oder nicht. Für die weitere Auswertung wurden folgende Statistiken berechnet:

Werktage($n=36$): $\bar{x} = 72750$ $s = 16350$,

Wochenende($n=25$): $\bar{x} = 187750$ $s = 26350$.

Berechnen Sie die 95%-Konfidenzintervalle für die wahren täglichen Werbeeinnahmen an Werktagen bzw. Wochenenden.

Aufgabe 25

Der Präsident von KRISch€nland stellt die Vertrauensfrage. Über die Wahrscheinlichkeit π , dass ein Abgeordneter ihm das Vertrauen ausspricht gibt es unterschiedliche Aussagen: In Kreisen der Opposition geht man von $\pi = 0,3$ aus, die meisten Regierungsmitglieder gehen von $\pi = 0,6$ aus und in den Medien ist von $\pi = 0,5$ die Rede. Um sicher zu gehen, führt er eine Zufallsstichprobe mit Zurücklegen vom Umfang $n = 5$ unter den 300 Abgeordneten durch. Von den 5 befragten Abgeordneten würden ihm die ersten drei das Vertrauen aussprechen, die anderen beiden nicht.

- Bestimmen Sie den ML-Schätzer für π .
- Wie groß muss der Stichprobenumfang sein, damit die Varianz für alle möglichen Werte von π kleiner als 0,01 ist?
- Berechnen Sie 90%- und 95%-Konfidenzintervall für $n=30$, $\pi=0,6$ und vergleichen Sie diese.
- Bestimmen Sie den notwendigen Stichprobenumfang, damit der geschätzte Anteil mit 99% Sicherheitswahrscheinlichkeit um weniger als 10% vom wahren Wert abweicht.