

Aufgabe 26

Ein Test zur Messung der Superkraft von Statistiker sei genormt auf Mittelwert $\mu = 50$ und Varianz $\sigma^2 = 25$. Ein Professor glaubt, eine Möglichkeit gefunden zu haben, welche die Superkraft erhöhen kann. Aus der Grundgesamtheit aller Statistiker werden nun 100 zufällig ausgewählt und getestet. Nach Ablauf eines zuvor festgelegten Zeitraums wird bei diesen Statistiker ein mittlerer Testwert für die Superkraft von 54 beobachtet.

- (a) Entscheiden Sie über die Behauptung des Professors anhand eines geeigneten statistischen Tests zum Niveau $\alpha = 0,05$. Formulieren Sie zunächst die Fragestellung als statistisches Testproblem.
- (b) Was ändert sich in (a) wenn:
 - (i) der Stichprobenumfang $n = 25$,
 - (ii) der beobachtete Mittelwert $\bar{x} = 51$,
 - (iii) die Standardabweichung $\sigma = 9$,
 - (iv) das Signifikanzniveau $\alpha = 0,01$beträgt?

Aufgabe 27

Der Chef von MacLaren's Pub denkt über ein Handy-Verbot in seinem Lokal nach. Er vermutet, dass mehr als die Hälfte seiner Gäste ein derartiges Verbot begrüßen würden. Um seine Behauptung zu stützen, plant er die Durchführung einer Befragung seiner Gäste zu diesem Thema. Anschließend möchte er einen statistischen Test zum Niveau $\alpha = 0,1$ durchführen. An der Befragung sollen 15 zufällig ausgewählte Gäste teilnehmen und danach befragt werden, ob sie ein Verbot begrüßen würden oder nicht.

- (a) Welcher Test ist zur Überprüfung der Fragestellung geeignet? Geben Sie den Test an, d.h. formulieren Sie die Hypothesen, geben Sie die Testgröße und deren exakte Verteilung an, und bestimmen Sie daraus den Ablehnbereich des Tests.
- (b) Wie groß ist in dem von Ihnen angegebenen Test die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art maximal?
- (c) Angenommen, der wahre Anteil der Gäste, die ein Verbot begrüßen würden, wäre nur 45%. Mit welcher Wahrscheinlichkeit würde der in (a) angegebene Test trotzdem die Vermutung des Chefs bestätigen?
- (d) Der Chef hat die Befragung durchgeführt. 9 der 15 Befragten haben angegeben, dass sie ein Verbot begrüßen würden. Zu welcher Entscheidung hinsichtlich der Vermutung des Chefs kommen Sie aufgrund dieses Ergebnisses?
- (e) Ein anderer Wirt interessierte sich auch für diese Fragestellung und führte in seinem Lokal eine Totalerhebung durch. Dabei ermittelte er den wahren Anteil der Gäste, die ein Handy-Verbot begrüßen würden als $\pi = 65\%$. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art, wenn der tatsächliche Anteil auch für MacLaren's Pub 0,65 beträgt?
- (f) Durch welche Verteilung lässt sich die in (a) gefragte Verteilung der Testgröße approximieren? Lösen Sie die Teilaufgaben (a) bis (e) nun auch mit Hilfe dieser Approximation.