**Wiederholungsklausur zur Vorlesung „Statistik I für Statistiker,
 Mathematiker und Informatiker“ (SS 06)**

26. Juni 2006, 16.00 - 18.00 Uhr

Hinweise:

- (a) Überprüfen Sie bitte, ob Ihre Angabe vollständig ist. Diese Angabe sollte (inklusive dieser Seite) 4 Seiten umfassen.
- (b) Die Bearbeitungszeit beträgt 120 Minuten. Es können 120 Punkte erreicht werden.
- (c) Als Hilfsmittel sind ausschließlich ein Taschenrechner (nicht programmierbar, ohne Plot-Funktion) sowie die Formelsammlung zugelassen.
- (d) Bei Unterschleif gilt die Klausur als nicht bestanden und es erfolgt eine Meldung an das Prüfungsamt.
- (e) Verwenden Sie für Ihre Notizen und Lösungen ausschließlich die Ihnen zur Verfügung gestellten Papierbögen.
- (f) Alle Ausarbeitungen müssen nachvollziehbar sein. Die Ergebnisse müssen klar ersichtlich sein (unterstreichen oder Antwortsatz). Es erfolgt eine detaillierte Bepunktung des Lösungsweges.
- (g) **Geben Sie am Ende der Klausur alle von Ihnen verwendeten Papierbögen sowie die Angabe ab. Kennzeichnen Sie jedes abgegebene Blatt mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.**

Bitte ausfüllen und unterschreiben!!!

Name (in Druckbuchstaben):

Matrikelnummer: Studienfach:

Geburtstag: Geburtsort:

Ich bestätige, dass ich obige Hinweise zur Kenntnis genommen habe und sie befolgen werde. Ich bin mit einer Veröffentlichung meines Klausurergebnisses im Internet in der Form <Matrikelnummer><Note> einverstanden. (Falls nicht, den letzten Satz bitte streichen!)

Unterschrift:

Bitte für die Korrektur freilassen!

Aufgaben und Punkte					$P_{\max} = 120 + 10$		
Aufgaben	1	2	3	4	5	6	Zusatz-Aufgabe
Punkte	30	30	15	15	15	15	+10
erzielt							
$\sum$ Punkte							

Aufgabe 1

2 + 8 + 4 + 10 + 6 = 30 Punkte

In der nachstehenden Tabelle ist die Preisentwicklung für bleifreies Benzin (in Euro je 100 Liter) über einen Zeitraum von sechs Jahren dargestellt (fiktive Daten):

Jahr	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Preis in Euro je 100 l	67.90	73.68	70.26	70.75	71.70	73.67

- (a) Wie ist das Merkmal „Benzinpreis in Euro je 100 l“ skaliert? Begründen Sie Ihre Entscheidung.
- (b) Bestimmen Sie die mittlere jährliche Wachstumsrate des Benzinpreises in Prozent für den Zeitraum 2000 bis 2005.
- (c) Angenommen diese durchschnittliche Entwicklung des Benzinpreises setzt sich in den nächsten Jahren fort. Wie hoch wird der Benzinpreis im Jahr 2007 sein?

Xaver, Max, Urs, Tim und Peter wohnen alle in der Schlossallee und wollen sich abends bei einem von ihnen daheim zur Sportschau treffen. Angesichts der hohen Benzinpreise entschlossen sie sich, dass dabei der von allen zusammen zurückgelegte Weg (die Summe der Distanzen) minimiert werden soll. Xaver wohnt 1300 Meter vom Schloss entfernt, Max 500 Meter, Urs 300 Meter, Tim 3700 Meter und Peter in 100 Metern Abstand zum Schloss.

- (d) Bei wem zuhause sollen sie sich treffen? Formulieren Sie dazu zunächst die zu minimierende Funktion. Überlegen Sie sich, welche Größe die Funktion minimiert (ohne formale Herleitung!).
- (e) Klaus, der im Schloss wohnt, möchte sich dem Treffen anschliessen. Ändert sich der Treffpunkt?

Aufgabe 2

20 + 10 = 30 Punkte

Im Rahmen einer klinischen Studie wurde die Wirkung eines Medikaments auf den Hormonspiegel von 100 gesunden Probanden untersucht. Wichtig für die weiteren Analysen ist lediglich, ob es sich bei der Dosierung und dem Hormonspiegel jeweils um einen hohen oder einen niedrigen Wert handelte. Die Studie ergab in diesem Zusammenhang folgende (Zwischen-)Ergebnisse:

16 Prozent der Probanden erhielten eine niedrige Dosierung und hatten einen hohen Hormonspiegel. Zwei Drittel der Probanden mit niedriger Dosierung hatten einen niedrigen Hormonspiegel. $\frac{3}{7}$ der Probanden mit niedrigem Hormonspiegel hatten eine hohe Dosis erhalten.

- (a) Ermitteln Sie für diese Stichprobe, ob und gegebenenfalls inwiefern zwischen Dosierung und Hormonspiegel ein deskriptiver Zusammenhang besteht. Verwenden Sie hierfür eine geeignete Maßzahl mit dem Wertebereich $[0, 1]$.
- (b) Vergleichen Sie das Risiko eines hohen Hormonspiegels zwischen einer hohen Dosierung und einer niedrigen Dosierung.

Aufgabe 3

15 Punkte

Ein Tutor kennt die Arbeitsgruppe der Studenten A, B und C schon seit längerem und weiß, dass Student A 80%, Student B 15% und Student C nur 5% der Aufgaben bearbeitet, und sie es so organisieren, dass keine Aufgabe doppelt bearbeitet wird. Aufgrund ihrer unterschiedlichen Erfahrungen können die Studenten eine Aufgabe mit einer Wahrscheinlichkeit von 90%, 50% bzw. lediglich 10% jeweils richtig lösen. Der Tutor hat von der Arbeitsgruppe eine fehlerhafte Lösung bekommen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit stammt diese von Student A, B bzw. C?

Aufgabe 4 $5 + 5 + 5 = 15$ Punkte

Fluggäste, die Plätze für einen Flug reserviert haben, erscheinen unabhängig voneinander mit einer Wahrscheinlichkeit von lediglich 0.95 auch am Gate. Eine Fluggesellschaft weiß dies und verkauft daher 108 Tickets für die 105 verfügbaren Plätze eines bestimmten Fluges.

- Bestimmen Sie ein geeignetes Verteilungsmodell für die Zufallsvariable X : „Anzahl der zu dem betrachteten Flug nicht erscheinenden Fluggäste“. Welche Annahmen haben Sie bei Ihrer Modellwahl getroffen?
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass alle erscheinenden Fluggäste einen Platz bekommen.
- Vergleichen Sie die unter (b) bestimmte Wahrscheinlichkeit mit der, die Sie unter Verwendung einer geeigneten approximativen diskreten Verteilung erhalten. Begründen Sie dabei die Anwendbarkeit des gewählten Approximationsmodells.

Aufgabe 5 $3 + 6 + 3 + 3 = 15$ Punkte

Bei einem elektronischen Bauteil kann man 48 Ausfälle pro Tag (= 24 Stunden) erwarten. Die Ausfälle erfolgen kurzfristig, rein zufällig und unabhängig voneinander.

- Wie ist die Zeit (in Stunden) zwischen zwei Ausfällen exakt verteilt? Geben Sie den Verteilungstyp und den/die Verteilungsparameter an.
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bis zum nächsten Ausfall weniger als 2 Stunden vergehen? Wie groß ist diese Wahrscheinlichkeit, wenn man weiß, dass das Bauteil nach 1 Stunde noch intakt war?
- Welchen Zeitraum überlebt das Bauteil mit mindestens 90%iger Wahrscheinlichkeit?
- Nehmen Sie an, dass ein elektronisches System aus zwei dieser Bauteile besteht, welche unabhängig voneinander funktionieren. Das System fällt aus, sobald ein Bauteil nicht mehr funktioniert. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das System mehr als zwei Stunden funktioniert?

Aufgabe 6

15 Punkte

X und Y seien zwei Zufallsvariablen, deren gemeinsame Dichtefunktion folgende Form hat

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{3}{11}(x^2 + y), & 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Bestimmen Sie die Kovarianz von X und Y .

Zusatz-Aufgabe

+10 Zusatz-Punkte

Es bezeichne $\phi(x)$ die Dichte der Standardnormalverteilung. $\Phi(x)$ sei die zugehörige Verteilungsfunktion. Zeigen Sie für jedes $a > 0$ die Gültigkeit der folgenden Beziehung

$$1 - \Phi(a) \leq \frac{1}{a}\phi(a).$$